

MOMENTY EMPIRYCZNE:

$x_1, x_2, \dots, x_n$ – dane statystyczne (wartości cechy X),

$y_1, y_2, \dots, y_n$ – dane statystyczne (wartości cechy Y),

Momenty zwykłe,

$M_k = \frac{1}{n} \sum x_i^k$ – moment rzędu k cechy X ($M_1 = \bar{X}_n$).

$M_{kl} = \frac{1}{n} \sum x_i^k \cdot y_i^l$ – moment rzędu k, l jednocześnie badanych cech (X, Y).

Momenty centralne,

$\tilde{M}_k = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^k$ – moment rzędu k cechy X.

$\tilde{M}_{kl} = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^k (y_i - \bar{y})^l$ – moment rzędu k, l jednocześnie badanych cech (X, Y).

Własności

a) $\tilde{M}_2 = M_2 - M_1^2,$

b) $\tilde{M}_3 = M_3 - 3M_1M_2 + 2M_1^3,$

c) $\tilde{M}_4 = M_4 - 4M_1M_3 + 6M_1^2M_2 - 3M_1^4,$

d) $\tilde{M}_1 = 0,$

e) $\tilde{M}_2 = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2 = S^2,$

f) $\tilde{M}_{11} = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} \sum x_i y_i - \bar{x}\bar{y} = \text{cov}(X, Y),$

$$r_{XY} = \frac{\tilde{M}_{11}}{\sqrt{\tilde{M}_{20}} \cdot \sqrt{\tilde{M}_{02}}} = \frac{M_{11} - M_{10} \cdot M_{01}}{\sqrt{M_{20} - M_{10}^2} \cdot \sqrt{M_{02} - M_{01}^2}} =$$

g)

$$= \frac{\frac{1}{n} \sum x_i \cdot y_i - \frac{1}{n} \sum x_i \cdot \frac{1}{n} \sum y_i}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum x_i^2 - \left(\frac{1}{n} \sum x_i\right)^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \sum y_i^2 - \left(\frac{1}{n} \sum y_i\right)^2}} = \frac{\frac{1}{n} \sum x_i \cdot y_i - \bar{X} \bar{Y}}{S_X \cdot S_Y}$$

Zadanie 1

Udowodnij własności a), b), c).

Zadanie 2

Jak zmieni się wartość momentów centralnych gdy

- a) pomnożymy wszystkie dane statystyczne przez dodatnią stałą c ,
- b) dodamy do wszystkich danych statystycznych stałą a .

Zadanie 3

Jak zmieni się wartość charakterystyk

Średnia, wariancja, odchylenie standardowe, mediana, dominanta, współczynnik asymetrii, kurioza gdy

- a) pomnożymy wszystkie dane statystyczne przez dodatnią stałą c ,
- b) dodamy do wszystkich danych statystycznych stałą a .